**Trabajo Práctico N◦2 Tema: Lógica, Proposiciones. Leyes Lógicas**

**Alumno:** Barrionuevo, Santiago Horacio

**Materia:** Elementos de Computación y Lógica

**Comisión:** 3

**Carrera:** Ingeniería en Informática

**Ejercicios (Desarrollados)**

1. Mediante la inserción de paréntesis y corchetes indique el orden en que se ejecutan las operaciones lógicas de acuerdo a lo establecido por las reglas de precedencia.

a. p ∧ q → ¬p → r

b. p ∨ q ∧ r → ¬s

c. ¬p ∧ q ↔ r → q

d. p ∧ ¬q ∨ ¬r ↔ p ∨ s

e. p ∨ q ∧ r → q ↔ p

f. ¬p ↔ q → ¬r ∨ ¬s ∧ t

g. ¬p ∧ q → r ↔ q ∧ r ∧ ¬p

h. p ∧ q ∨ r ↔ r ∨ s ∧ r ↔ ¬p

**a.[(p ∧ q) → ¬p] → r**

**b. [p ∨ (q ∧ r) ]→ ¬s**

**c. (¬p ∧ q) ↔ (r → q)**

**d. [ (p ∧ ¬q) ∨ ¬r] ↔ (p ∨ s)**

**e. ([p ∨ (q ∧ r) ]→ q) ↔ p**

**f. [¬p ↔ (q →[ ¬r ∨ (¬s ∧ t) ]) ]**

**g. [ (¬p ∧ q) → r] ↔[ (q ∧ r )∧ ¬p ]**

**h. ([ (p ∧ q) ∨ r ]↔ [r ∨ (s ∧ r) ]) ↔ ¬p**

2. Dadas las siguientes proposiciones, indique la recíproca y contrarrecíproca, primero en forma lógica y luego en lenguaje coloquial:

i. Si el seguro está al día, cubrirá todos los daños.

**p: el seguro está al día q: cubrirá todos los daños**

**Proposición: p→q**

**Reciproca: q→p Cubre todos los daños, entonces el seguro está al día**

**Contrarrecíproca: ¬q→¬p No cubrirá todos los daños, entonces es falso que el seguro está al día**

ii. Habrá clases de natación si el día está soleado.

**p: habrá clases de natación q: el día está soleado**

**Proposición: q→p**

**Reciproca: p→q Si el día está soleado, habrá clases de natación**

**Contrarrecíproca: ¬p→¬q El día no está soleado, entonces no hay clases de natación**

iii. Si ahorro suficiente dinero, me compro una moto y me voy de viaje.

**p: ahorro suficiente dinero q: compro una moto r: voy de viaje**

**Proposición: p→q ∧ r**

**Reciproca: q ∧ r→p Me compro una moto y me voy de viaje, si ahorro suficiente dinero**

**Contrarrecíproca: ¬ (q ∧ r) →¬p No puedo comprar una moto ni irme de viaje, si no ahorro suficiente dinero**

iv. Si hay paro de colectivos, no podré ir a clases.

**p: hay paro de colectivo q: podré ir a clases**

**Proposición: p→¬q**

**Reciproca: ¬q →p No podré ir a clases si hay paro de colectivos**

**Contrarrecíproca: ¬¬q→¬p Si podré ir a clases, si no hay paro de colectivos**

v. Si Bernardo se desocupa temprano o se suspende la reunión, irá a la cancha.

**p: Bernardo se desocupa temprano q: se suspende la reunión r: irá a la cancha**

**Proposición: p v q → r**

**Reciproca: r→ p v q irá a la cancha, si Bernardo se desocupa temprano o se suspende la reunión**

**Contrarrecíproca: ¬r →¬( p v q) No irá a la cancha, si nunca Bernardo se desocupa temprano o se suspende la reunión**

vi. Una condición necesaria para que curse Programación es que regularice Elementos de Computación y Lógica.

**p: curse Programación q: regularice ECyL**

**Proposición: q → p**

**Reciproca: p→ q Si curso programación es que si regularice ECyL**

**Contrarrecíproca: ¬p →¬pq Si no curso programación es que no regularicé ECyL**

3. Construir la tabla de verdad para cada una de las siguientes expresiones. Indique para cada una si es una tautología, una contradicción o una contingencia.

a. p ∨ (q → r)

b. (p ∧ ¬q) → (p ∨ q)

c. (p → q) ∧ (p ∧ ¬q)

d. [(p → q) ∧ (q → r)] → (p → r)

e. (p ↔ q) ↔ ¬[(p → q) ∧ (q → p)]

f. q ∧ [q → (r ∨ p)]

a. p ∨ (q → r)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | (q → r) | p ∨ (q → r) |
| V | V | V | V | V |
| V | V | F | F | V |
| V | F | F | V | V |
| V | F | V | V | V |
| F | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V |
| F | V | V | V | V |
| F | V | F | F | F |

**CONTIGENCIA**

b. (p ∧ ¬q) → (p ∨ q)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ¬q | (p ∧ ¬q) | (p ∨ q) | (p ∧ ¬q) → (p ∨ q) |
| V | V | F | F | V | V |
| V | F | V | V | V | V |
| F | F | V | F | V | V |
| F | V | F | F | F | V |

**TAUTOLOGÍA**

c. (p → q) ∧ (p ∧ ¬q)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ¬q | p → q | (p ∧ ¬q) | (p → q) ∧ (p ∧ ¬q) |
| V | V | F | V | F | F |
| V | F | V | F | V | F |
| F | F | V | V | F | F |
| F | V | F | V | F | F |

**CONTRADICCIÓN**

d. [(p → q) ∧ (q → r)] → (p → r)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | (p → q) | (q → r) | [(p → q) ∧ (q → r) ] | (p → r) | [(p → q) ∧ (q → r)] → (p → r) |
| V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F | F | F | V |
| V | F | F | F | V | F | F | V |
| V | F | V | F | V | F | V | V |
| F | F | F | V | V | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | V | V | V | V | V | V | V |
| F | V | F | V | F | F | V | V |

**TAUTOLOGÍA**

e. (p ↔ q) ↔ ¬[(p → q) ∧ (q → p)]

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | (p ↔ q) | (p → q) | (q → p) | (p → q) ∧ (q → p) | ¬[(p → q) ∧ (q → p)] | (p ↔ q) ↔ ¬[(p → q) ∧ (q → p)] |
| V | V | V | V | V | V | F | F |
| V | F | F | F | V | F | V | F |
| F | F | V | V | V | V | F | F |
| F | V | F | V | F | F | V | F |

**CONTRADICCIÓN**

f. q ∧ [q → (r ∨ p)]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | (r ∨ p) | q → (r ∨ p) | q ∧ [q → (r ∨ p)] |
| V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V | V |
| V | F | F | V | V | F |
| V | F | V | V | F | F |
| F | F | F | F | V | F |
| F | F | V | V | F | F |
| F | V | V | V | F | F |
| F | V | F | F | V | V |

**CONTIGENCIA**

4. Utilizando tablas de verdad indique en cada caso:

a. ¿A implica lógicamente a B?

b. ¿A y B son equivalentes?

i. A = p ∧ q B = ¬p ∨ q

ii. A = (p ∨ q) ∧ ¬p B = q

iii. A = (p → q) ∨ r B = q ∧ r

iv. A = p → q B = ¬q → ¬p

v. A = p → (q ∨ ¬r) B = q → (¬p ∧ r)

vi. A = p ↔ q B = (p → q) ∧ (q → p)

i.A = p ∧ q B = **¬p ∨ q**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | A=p ∧ q | **¬p** | **B=¬p ∨ q** | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | V | F | V | V | V |
| V | F | F | F | F | V | V |
| F | F | F | V | V | F | V |
| F | V | F | V | V | F | V |

1. **No A≡B b) Si A ⇒ B**

ii. A = (p ∨ q) ∧ ¬p B = q

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | B=q | ¬p | p ∨ q | A=(p ∨ q) ∧ ¬p | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | F | V | F | F | V |
| V | F | F | V | F | V | V |
| F | F | V | F | F | V | V |
| F | V | V | V | V | V | V |

1. **No A≡B b) Si A ⇒ B**

iii. A = (p → q) ∨ r B = q ∧ r

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | (p → q) | A=(p → q) ∨ r | B=q ∧ r | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V | F | F | f |
| V | F | F | F | F | F | V | V |
| V | F | V | F | V | F | F | F |
| F | F | F | V | V | F | F | F |
| F | F | V | V | V | F | F | F |
| F | V | V | F | V | V | V | V |
| F | V | F | F | F | F | V | V |

1. **No A≡B b) No A ⇒ B**

iv. A = p → q B = ¬q → ¬p

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | A=p → q | ¬q | ¬p | B=¬q → ¬p | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | V | F | F | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | V | V | V | F | V | V | V |

1. **SI A≡B b) SI A ⇒ B**

v. A = p → (q ∨ ¬r) B = q → (¬p ∧ r)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | ¬r | (q ∨ ¬r) | A=p → (q ∨ ¬r) | ¬p | (¬p ∧ r) | B=q → (¬p ∧ r) | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | V | F | V | V | F | F | F | F | F |
| V | V | F | V | V | V | F | F | F | F | F |
| V | F | F | V | V | V | F | F | V | V | V |
| V | F | V | F | F | V | F | F | V | V | V |
| F | F | F | V | V | V | V | F | V | V | V |
| F | F | V | F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | V | V | F | V | V | V | V | V | V | V |
| F | V | F | V | V | V | V | F | V | V | V |

1. **No A≡B b) No A ⇒ B**

vi. A = p ↔ q B = (p → q) ∧ (q → p)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | A= p ↔ q | (p → q) | (q → p) | B=(p → q) ∧ (q → p) | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? | (A ⇒ B)  A → B **es Tau?** |
| V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | V | F | V | F | F | V | V |

1. **SI A≡B b) SI A ⇒ B**

5. Elimine los conectivos condicionales y bicondicionales obteniendo expresiones equivalentes. Luego, niegue las expresiones resultantes.

a. p → (q → r)

b. ¬p → ¬(q → r)

c. (p ∨ q) ↔ (¬p → ¬q)

a. p → (q → r)

≡¬**p v** (q → r) **\*equivalencia lógica propuesta compuesta**

≡¬**p v** (¬q v r) **\*” ”**

b. ¬p → ¬(q → r)

≡¬¬p v ¬(q → r) **\*equivalencia lógica propuesta compuesta**

≡**p v** ¬(q → r) **\*ley de involución**

≡**p v** ¬**(**¬q v r) **\*equivalencia lógica propuesta compuesta**

c. (p ∨ q) ↔ (¬p → ¬q)

[(p ∨ q) ∧ (¬p → ¬q)] v [¬(p ∨ q) ∧ ¬(¬p → ¬q)] **\*equivalencia lógica bicondicional**

[(p ∨ q) ∧ **(**¬¬p V ¬q)] v [¬(p ∨ q) ∧¬(¬¬p **v** ¬q**)**] **\*equivalencia lógica propuesta compuesta**

[(p ∨ q) ∧ **(**p V ¬q)] v [¬(p ∨ q) ∧¬(p **v** ¬q**)**] **\*ley de involución**

6. De las siguientes expresiones identifique aquellas que sean equivalencias usando tablas de verdad, y en aquellas que lo sean, pruebe mediante leyes lógicas.

a. p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (p ∧ r)

b. p ∧ (q ∨ ¬p) ≡ p ∧ q

c. p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (¬p ∧ r)

d. p → q ≡ ¬(p ∧ ¬q)

a. p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (p ∧ r)**. A= p ∧ (p ∨ r) y B= p ∨ (p ∧ r).**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | r | **(p ∨ r)** | **A= p ∧ (p ∨ r)** | (**p ∧ r)** | **B= p ∨ (p ∧ r).** | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? |
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | F | V | V | F | V | V |
| F | F | F | V | V | V | V |
| F | V | V | F | F | F | V |

**Es Tau, por ende** p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (p ∧ r) **es verdadero**

p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (p ∧ r)

**p** ≡ **p \*por ley de absorción**

b. p ∧ (q ∨ ¬p) ≡ p ∧ q **A= p ∧ (q ∨ ¬p) y B= p ∧ q**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ¬p | (q ∨ ¬p) | **A= p ∧ (q ∨ ¬p)** | **B= p ∧ q** | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? |
| V | V | F | V | V | V | V |
| V | F | F | F | F | F | V |
| F | F | V | V | F | F | V |
| F | V | V | V | F | F | V |

**Es Tau, por ende** p ∧ (q ∨ ¬p) ≡ p ∧ q **es verdadero**

p ∧ (q ∨ ¬p) ≡ (p∧q)∨(p∧¬p) Por ley distributiva

≡ (p∧q)∨F Por ley de contradicción

≡ (p∧q) Por ley de identidad

c. p ∧ (p ∨ r) ≡ p ∨ (¬p ∧ r) **A= p ∧ (p ∨ r) y B= p ∨ (¬p ∧ r)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | r | ¬p | **(p ∨ r)** | **A= p ∧ (p ∨ r)** | **(¬p ∧ r)** | **B= p ∨ (¬p ∧ r)** | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? |
| V | V | F | V | V | F | V | V |
| V | F | F | V | V | F | V | V |
| F | F | V | F | F | F | F | V |
| F | V | V | V | F | v | V | f |

**No es Tau**

d. p → q ≡ ¬(p ∧ ¬q) **A= p → q y B= ¬(p ∧ ¬q)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | **A= p → q** | ¬q | (p ∧ ¬q) | **B=** ¬(p ∧ ¬q) | (A ≡ B) A ⇔ B  A↔B es Tau? |
| V | V | V | F | F | V | V |
| V | F | F | V | V | F | V |
| F | F | V | V | F | V | V |
| F | V | V | F | f | V | V |

**Es Tau, por ende** p → q ≡ ¬(p ∧ ¬q) **es verdadero**

p → q ≡ ¬(p ∧ ¬q)

¬(p ∧ ¬q)≡¬**p v** ¬¬q \*Por ley De Morgan

¬**p v** ¬¬q ≡¬**p v** q \*Por ley involución

¬**p v** q ≡ p → q \*Por equivalencia lógica de proposición compuesta

7. Mediante las leyes lógicas, simplifique las siguientes expresiones hasta donde sea posible.

a. ¬p → ¬q d. [(¬p ∨ q) ∧ p] → q

b. ¬(¬p → q) e. ¬(q ∧ ¬p) → (q ∧ p)

c. ¬(p ∨ q) → p f. ¬[¬(¬p ∨ q) → p] ∨ q

1. ¬p → ¬q

≡ **¬¬p v ¬q \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

≡ **p v ¬q \*por ley de involución**

1. ¬(¬p → q)

≡ **¬(¬¬p v q) \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

≡ **¬(p v q) \*por ley de involución**

≡ **¬p ∧ ¬q \*por Ley de De Morgan**

1. ¬(p ∨ q) → p

≡ **¬¬(p ∨ q) v p \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

≡ **(p ∨ q) v p** **\*por ley de involución**

≡ **(p v p) v q \* por ley asociativa**

≡ **p v q \*Ley de idempotencia**

1. [(¬p ∨ q) ∧ p] → q

**≡ (¬[(¬p ∨ q) ∧ p]) v q \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

**≡ [¬(¬p ∨ q) v ¬p] v q \*por Ley de De Morgan**

**≡ [ (¬¬p ∧ ¬q) v ¬p] v q \*por Ley de De Morgan**

**≡ [(p ∧ ¬q) v ¬p] v q \*por ley de involución**

**≡ [¬p ∨ (p ∧ ¬q)] ∨ q \*Por ley conmutativa**

**≡ [(¬p ∨ p) ∧ (¬p ∨ ¬q)] ∨ q \*Por ley distributiva**

**≡ [(p ∨ ¬p) ∧ (¬p ∨ ¬q)] ∨ q \*Por ley conmutativa**

**≡ [V ∧ (¬p ∨ ¬q)] ∨ q \*por ley de medio excluido**

**≡ (¬p ∨ ¬q) ∨ q \*Por ley de identidad**

**≡ ¬p ∨ (¬q ∨ q) \*Por ley asociativa**

**≡ ¬p ∨ V \*Por ley conmutativa y por ley de medio excluido**

**≡ V \*por Ley de dominación**

1. ¬(q ∧ ¬p) → (q ∧ p)

≡**¬¬(q ∧ ¬p) v (q ∧ p) \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

≡ **(q ∧ ¬p) v (q ∧ p) \*por ley de involución**

**≡ q ∧ (¬p ∨ p) \*Por ley distributiva**

**≡ q ∧ V \*Por ley conmutativa y por ley de medio excluido**

**≡ q \*Por ley de identidad**

1. ¬[¬(¬p ∨ q) → p] ∨ q

≡ **¬[¬¬ (¬p ∨ q) v p ] ∨ q \*por equivalencia lógica de una proposición compuesta**

≡ **¬[(¬p ∨ q) v p] ∨ q \*por ley de involución**

≡ **[¬(¬p ∨ q) ∧ ¬p] v q \*por Ley de De Morgan**

≡ **[(¬¬p ∧ ¬q) ∧ ¬p] v q \*por Ley de De Morgan**

≡ **[(p ∧ ¬q) ∧ ¬p] v q \*por ley de involución**

≡ **[(p ∧ ¬p) ∧ ¬q] v q \* por ley asociativa**

≡ **(F ∧ ¬q) v q \*Ley de contradicción**

**≡ F ∨ q \*Por ley de dominación**

**≡ q \*Por ley conmutativa y por ley de identidad**